Experiencias

Estrategia didáctica para el aprendizaje de conceptos algebraicos en estudiantes con discapacidad visual

Strategy for teaching algebraic concepts to visually impaired students

C. Fuentes Vargas[1]

Resumen

Este trabajo muestra el diseño de una estrategia para el aprendizaje de conceptos algebraicos en estudiantes ciegos. Para ello, se utilizan los mosaicos algebraicos y una base diseñada exprofeso que permite su ubicación espacial, lo que posibilita realizar operaciones simples utilizando el sistema háptico. En esta primera etapa, se abordan las operaciones de suma, multiplicación, factorización y división, además de soluciones a ecuaciones con coeficientes enteros. La estrategia se aplicó a un grupo de ocho estudiantes de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México. Los resultados muestran una pronta adaptación al material y una profusa apropiación de los conceptos.

Palabras clave

Mosaicos algebraicos. Sistema háptico. Aprendizaje de conceptos algebraicos. Estudiantes ciegos.

Abstract

This paper describes the design of a strategy for teaching blind students algebraic concepts. It consists in algebraic tiles with a board designed to position the pieces in space to perform simple operations by touch. The operations envisaged in the first stage include addition, multiplication, factorising and division, as well as solving equations with whole number

1 **Carlos Fuentes Vargas**. Maestro en Ciencias. Profesor-investigador de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Colegio de Ciencia y Tecnología. Calle Prolongación San Isidro, 151, Col. San Lorenzo Tezonco, Del. Iztapalapa, México, D.F., C.P. 09790 (México). Correo electrónico: carlos.fuentes.vargas@uacm.edu.mx.

Fuentes, C. (2017). Estrategia didáctica para el aprendizaje de conceptos algebraicos en estudiantes con discapacidad visual. *Integración: Revista digital sobre discapacidad visual, 71*, 137-151.

coefficients. The strategy was deployed with a group of eight students enrolled at the National Autonomous University of Mexico. The findings showed that the materials and concepts were quickly and readily assimilated.

Key words

Algebraic tiles. Haptic system. Learning algebraic concepts. Blind students.

Introducción

En México, el Instituto de Nacional de Estadística y Geografía (Inegi) reportó que las personas con algún tipo de discapacidad representan el **5,1 % de la población total** (Inegi, 2010). De esta población, el 27,2 % corresponde a la discapacidad visual, lo que equivale a 1561000 personas. En este sentido, México firmó y ratificó en 2007 la *Convención sobre los derechos de las personas con discapacidad*, donde se reconoce el derecho inalienable de estas personas a la educación (ONU, 2006). Sin embargo, en este ámbito, el último censo mostró que el 25 % de las personas con esta discapacidad mayores de 15 años no completó ningún grado del sistema educativo, y solo el 8 % de ellas alcanzó el Nivel Medio Superior (Inegi, 2010). Este abandono se debe, entre otras causas, a los centros educativos carentes de recursos indispensables para que estos estudiantes lleven a buen término sus estudios.

Ante este panorama, la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM) creó un Programa con el objetivo de apoyar la actividad académica de los estudiantes ciegos y con discapacidad visual. Este programa pone a disposición de los estudiantes recursos humanos y materiales propios de la discapacidad. Sin embargo, el programa no cuenta con los recursos adecuados que apoyen a los estudiantes en el área de Matemáticas. Esto debido, principalmente, al desconocimiento de herramientas de apoyo en este ámbito por parte de una planta docente que tradicionalmente atiende a estudiantes sin discapacidad visual. Por ello, en un esfuerzo por contribuir a disminuir esta carencia, este trabajo se dirige a desarrollar e implementar herramientas para que los profesores puedan mejorar exitosamente los procesos de enseñanza-aprendizaje con los estudiantes ciegos que asistan a esta asignatura.

En general, las dificultades que tienen los estudiantes para el aprendizaje de las Matemáticas es una inquietud constante, y se puede encontrar en la literatura una cantidad generosa de publicaciones relacionadas con este tema (Maz, Torralbo, Vallejo, Fernández-Cano y Rico, 2009). Así, los estudiantes con discapacidad visual, por un lado, se enfrentan a las dificultades *per se* de las Matemáticas, y, por otro lado, como se mencionó anteriormente, a estrategias diseñadas solo para estudiantes sin discapacidad visual. En el caso de la UACM, la estrategia más recurrente en los cursos de Matemáticas son principalmente exposiciones de contenidos frente a grupo. Esta dinámica tiene como consecuencia que los estudiantes ciegos que se incorporan a estos cursos se limitan a escuchar exposiciones, lo que, evidentemente, resulta insuficiente para el aprendizaje.

En este sentido, los estudiantes con discapacidad visual requieren de métodos activos para apropiarse de conocimiento nuevo, en particular de conceptos matemáticos. Por consiguiente, es necesario que las estrategias a utilizar incorporen el sistema háptico. Es a través de este sistema que el cerebro recibe información corpórea de las cosas y algunas de sus propiedades. Con relación a este sistema, Camacaro (2013) menciona que el intercambio táctil es el primer nivel de integración sensorial humano, cimiento de niveles posteriores y determinante para los aprendizajes superiores. También muestra una sistematización de estrategias para el abordaje educativo desde el sentido táctil. Asimismo, Camacaro (2013) describe el sistema háptico como fuente de información sensorial primal, permanente y sustancial, así como la relación que tiene este sistema con el plano cognitivo para el desarrollo de los aprendizajes.

Dada la importancia del sistema háptico como detonador de aprendizajes, la estrategia que se propone para el caso de las Matemáticas, es la utilización de los mosaicos algebraicos (Fernández del Campo, 1996; Howden, 2001). Los mosaicos algebraicos son fichas de formas diferentes que representan tanto números como variables, y su manipulación está directamente relacionada con el sistema háptico. Si bien los mosaicos ya han sido propuestos como opción de aprendizaje de conceptos algebraicos para estudiantes ciegos (Fernández del Campo, 1996), en este trabajo se presentan con un aditamento que potencia las posibilidades de aprendizaje. Este aditamento es una base con espacios plenamente identificables donde los mosaicos adquieren diferentes significados. Esto es, no solo se trata de la manipulación de las fichas, sino, además, de su ubicación espacial. Particularmente en personas con discapacidad visual, la representación espacial adquiere una relevancia especial, porque está relacionada con el aprendizaje (Ochaíta, Huertas y Espinosa, 1991).

Otro aspecto a considerar, y no menos importante, es conocer el bagaje de símbolos matemáticos que identifican los estudiantes. En el grupo de estudiantes ciegos que participaron en este estudio, se observó que, salvo algunos símbolos básicos como el de la suma, en general no están familiarizados con la simbología matemáticas (Castro, 1998; Comisión Braille Española, 2007). Los paréntesis o los exponentes son algunos ejemplos de símbolos matemáticos que, aunque los estudiantes conocen verbalmente, han tenido pocas oportunidades de identificarlos en braille. Esta situación se presenta como consecuencia, por un lado, del limitado acceso a textos matemáticos para ciegos, y, por otro lado, de las exposiciones orales que los profesores realizan frente a grupos conformados por estudiantes sin discapacidad visual: la inercia de esta práctica no hace diferencia cuando eventualmente está presente un estudiante con discapacidad visual. Así, los estudiantes que cursan inclusive el Nivel Medio Superior, no están habituados al código matemático, aun sabiendo escribir en braille.

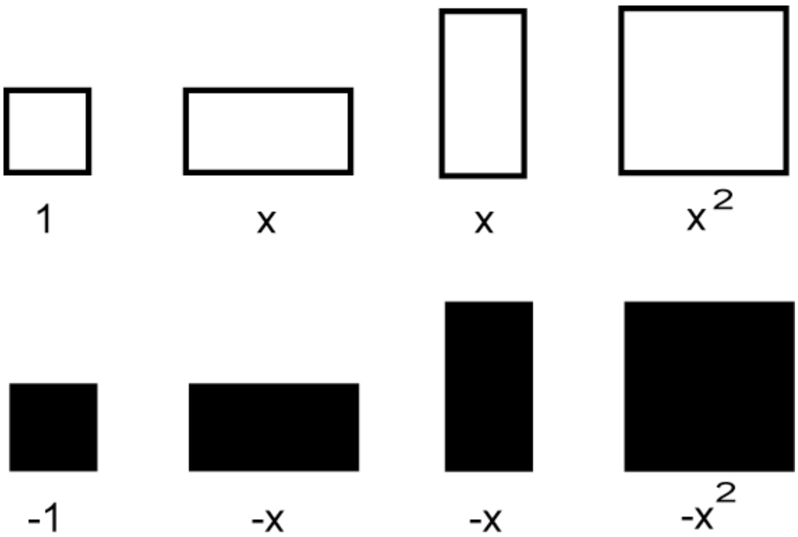
No obstante, las exposiciones orales delegan al lenguaje hablado como principal canal de apropiación de conceptos. Sin embargo, el lenguaje cotidiano por sí mismo representa un obstáculo para el aprendizaje, especialmente de las Matemáticas (Ardila, 2002). Por ejemplo, cuando se menciona la frase «tres por equis al cuadrado más uno», esta expresión puede interpretarse como $3x^2 + 1$, o también $3(x^2 + 1)$ y, además, como $(3x)^2 + 1$. El profesor omite los detalles porque comúnmente dice y escribe la expresión al mismo tiempo. Más aún, el lenguaje natural y el lenguaje de la aritmética están presentes, al menos inicialmente, en la interpretación de las expresiones algebraicas (Filloy, Puig y Rojano, 2008). De esta manera, no solo es la manipulación de los mosaicos, sino también considerar tanto el lenguaje hablado durante las explicaciones como la simbología adecuada. Por ello, resulta imperativo que los estudiantes ciegos lean las expresiones matemáticas a trabajar, así como escribir los procedimientos que se lleven a cabo.

Con los elementos mencionados anteriormente, los estudiantes inician la manipulación de los mosaicos para trabajar las diferentes operaciones algebraicas. Por supuesto que las limitaciones de los mosaicos restringen en gran medida la diversidad del tipo de expresiones matemáticas que se pueden trabajar y acotan, también, el tipo de ecuaciones de las que se pueden determinar su solución. Sin embargo, el enfoque de la estrategia no está en la complejidad de las expresiones que se puedan resolver, sino en la apropiación de un nuevo lenguaje y su interpretación en las operaciones algebraicas.

Desarrollo

Con formas y texturas diferentes, los mosaicos algebraicos representan a la unidad con un cuadrado de área 1 x 1, a la variable x con un rectángulo de área x x 1, y a la variable x^2 con un cuadrado de área x x x. Para indicar el signo, utilizamos mosaicos de textura lisa para valores positivos y de textura rugosa para valores negativos. En la Figura 1 se muestran, gráficamente, los diferentes tipos de mosaicos: los blancos representan valores positivos y los oscuros valores negativos.

Figura 1. Representación gráfica de los mosaicos algebraicos



Es importante determinar los tamaños y las texturas de los mosaicos para que durante su manipulación se puedan identificar sin la menor duda. En este trabajo se utilizaron fichas de cartón liso y corrugado de áreas 2 cm x 2 cm, 2 cm x 1 cm, y 1 cm x 1 cm para x^2, x y 1, respectivamente. El espacio diseñado para resolver ecuaciones consta de una base de material antiderrapante, cuyos bordes son táctilmente identificables; también cuenta con una línea que divide a la base, representando la igualdad (v. Figura 2). Para multiplicar, factorizar y dividir polinomios, el diseño de la base, además de identificar los bordes, tiene una línea del lado izquierdo y otra en la parte superior (v. Figura 3). Entre estas últimas líneas y los bordes se pueden colocar los mosaicos con los que operar. Por practicidad, ambas disposiciones para operar con los mosaicos pueden colocarse en el anverso y reverso de una misma base. La Figura 4 muestra la imagen de estudiantes ciegos manipulando los mosaicos algebraicos sobre la base.

Figura 2. Disposición de la base para resolver ecuaciones

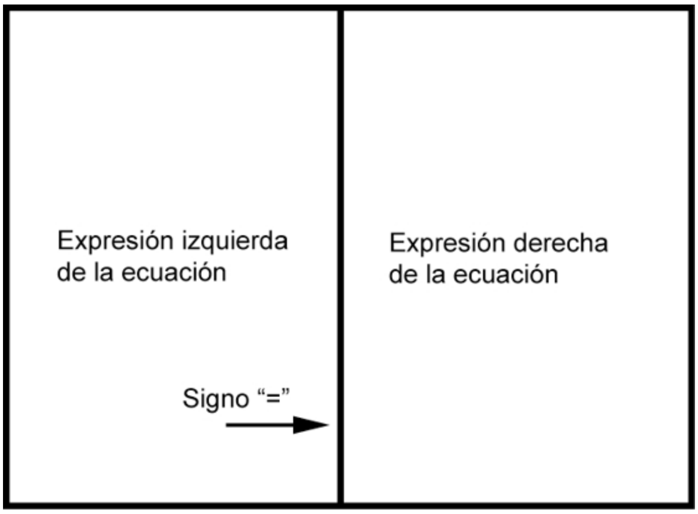


Figura 3. Disposición de la base para realizar el producto, factorización y división de polinomios

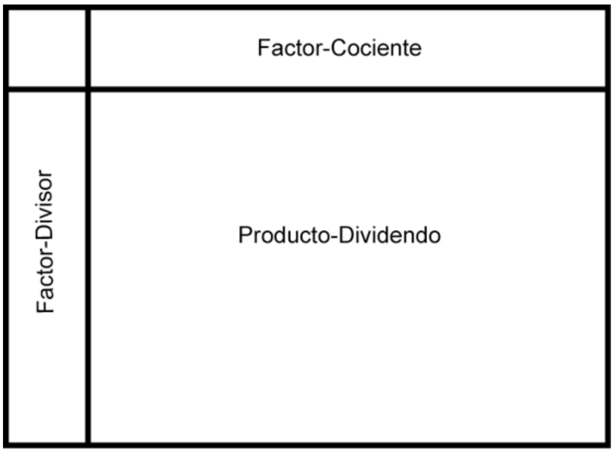


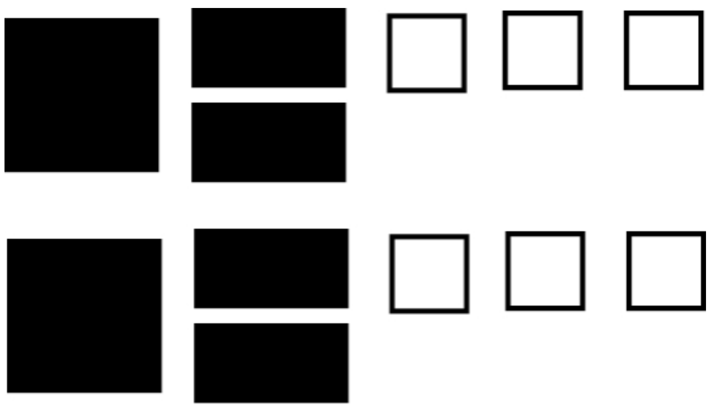
Figura 4. Estudiantes ciegos manipulando los mosaicos algebraicos

Otro aspecto a considerar es que, para ayudar a la apropiación de la simbología matemática, tanto las indicaciones como las expresiones matemáticas se deben proporcionar a los estudiantes en código braille. El Código Matemático Unificado (Castro, 1998; Comisión Braille Española, 2007) cuenta con la simbología necesaria para escribir en lenguaje algebraico. Es importante tener en cuenta que para escribir expresiones matemáticas en código braille se requiere mayor espacio. No es recomendable presentar ecuaciones que requieran más de una línea para escribirlas, porque, al menos en las primeras lecciones, se complica darle seguimiento a la ecuación cuando se cambia de renglón. En la Figura 5 se muestra un ejemplo del espacio que se requiere para escribir la expresión $3x^2 + 2x + 1$.

Figura 5. Código braille de la expresión $3x^2 + 2x + 1$

Para ilustrar la representación de una expresión matemática con los mosaicos, la Figura 6 muestra la expresión $2(-x^2 - 2x + 3)$. Es este caso, se colocan las fichas que corresponden a la expresión entre paréntesis y se repiten por el factor que multiplica, que en este caso es 2. Si se quiere sumar a esta cantidad otro polinomio, se agregan los respectivos mosaicos y se agrupan según el tipo de ficha. Dado el caso de tener dos fichas del mismo tipo pero de signos diferentes, entonces ambas fichas se retiran de la base. En el caso de la multiplicación, la textura del resultado es lisa si ambos mosaicos que se multiplican tienen la misma textura y rugosa si ambas texturas son diferentes.

Figura 6. Representación con mosaicos de la expresión $2(-x^2 - 2x + 3)$



Para resolver ecuaciones, se colocan los mosaicos que correspondan a las expresiones de cada lado de la igualdad. Por ejemplo, para la ecuación $x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x - 2$, los mosaicos se colocan como se muestra en la Figura 7. Ahora bien, para determinar la solución, se agregan la misma cantidad de mosaicos en cada lado de la ecuación: con esto se pueden eliminar los términos necesarios para obtener el valor de x (v. Figura 8). Con los estudiantes, este procedimiento se hace paso por paso, eliminando un término a la vez. En la medida que los estudiantes adquieren habilidad, comienzan a eliminar más de un término a la vez. La Figura 9 muestra la disposición final de los mosaicos con el resultado $x = -3$.

Figura 7. Representación con mosaicos de la ecuación $x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x - 2$

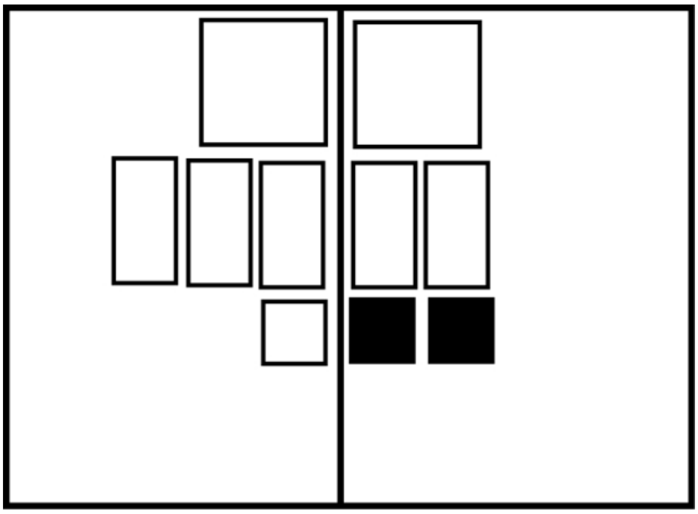


Figura 8. Mosaicos agregados en ambos lados de la igualdad para eliminar términos

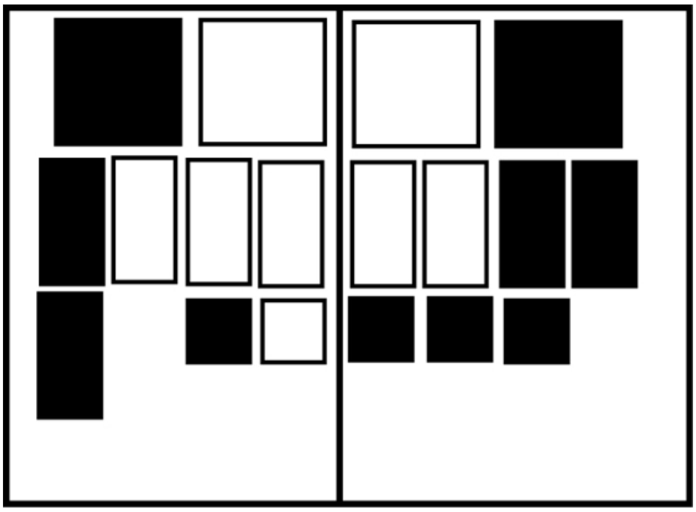
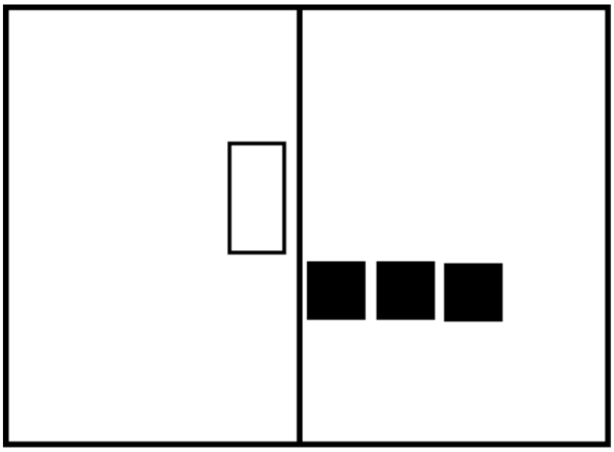
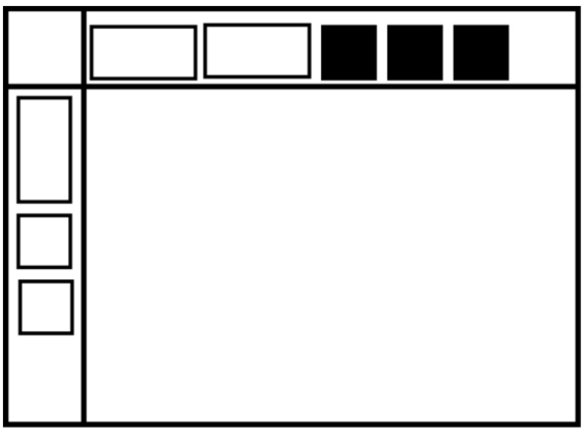


Figura 9. Solución x = -3 para la ecuación $x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x - 2$



En la representación de un producto de polinomios utilizamos el concepto de área, es decir, los factores son los lados de un cuadrado o rectángulo y el resultado del producto es el área de la figura formada. Esto es, si queremos resolver el producto $(x + 2)(2x -3)$, entonces se colocan los mosaicos de cada uno de los factores en los lados lateral izquierdo y superior de la base de apoyo, como se ilustra en la Figura 10.

Figura 10. Disposición de mosaicos para el producto $(x + 2)(2x -3)$



Colocados los factores, se procede a realizar la multiplicación. Cada ficha del factor ubicado en el lado lateral izquierdo se multiplica por cada una de las fichas del factor ubicado en la parte superior. El resultado de multiplicar cada ficha se coloca en la intersección del reglón y la columna entre ambas fichas. La Figura 11 muestra el resultado de multiplicar todas las fichas. Enseguida, y cuando sea necesario, se retiran de la base la misma cantidad de fichas positivas que de negativas de un mismo tipo. En nuestro ejemplo, se retiran tres fichas $-x$ y tres x (v. Figura 12). Finalmente, se suman los mosaicos restantes de cada tipo. Así, el resultado del producto de (x +2) (2x – 3) es (2x^2 + x – 6).

Figura 11. Mosaicos generados por el producto (x +2)(2x – 3)

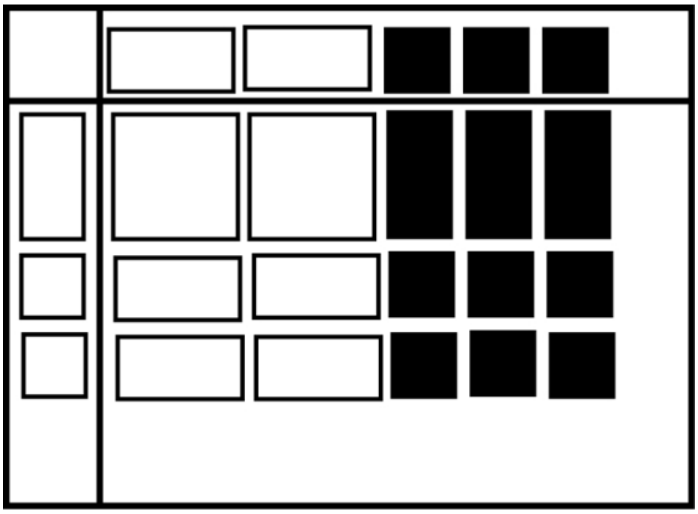
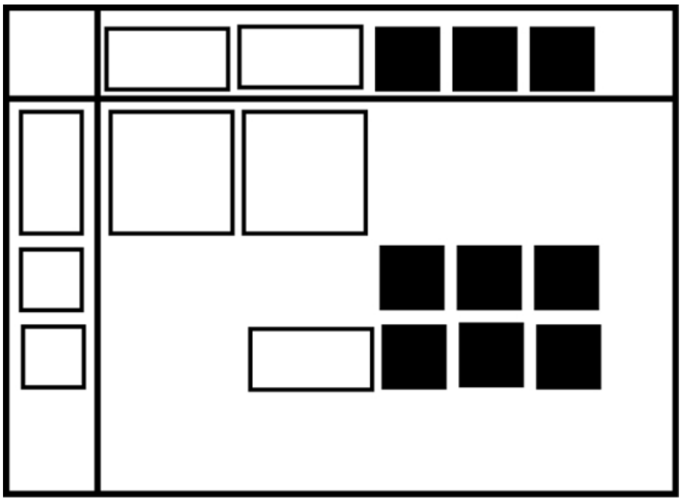


Figura 12. Resultado del producto (x + 2)(2x -3) = (2x^2 + x -6)



Otra operación algebraica es la factorización. En esta, la expresión a factorizar representa el área de un cuadrado o rectángulo. Entonces, realizar la factorización es determinar los tamaños de los lados de dicha figura. Cabe la posibilidad de que una expresión a factorizar no contenga los mosaicos suficientes para formar la figura adecuada. Si es el caso, a fin de completarla, se pueden agregar mosaicos positivos y negativos cuidando no alterar la expresión original. Por ejemplo, para factorizar la expresión 2x^2 + x - 3, dado que no es posible completar un rectángulo o cuadrado, los mosaicos se colocan como se muestra en la Figura 13. De esta manera, se puede observar que si agregamos cuatro fichas, dos x y dos $-x$, queda conformado un rectángulo (v. Figura 14). Para obtener los lados de esta figura, se coloca el primer término de cada factor, que, al multiplicarlos, se obtenga el mosaico correspondiente del rectángulo. En este caso, para obtener x^2 podemos multiplicar x x x, o también $-x$ x $-x$. Al intentar obtener los mosaicos faltantes, los estudiantes se dan cuenta de si eligieron la opción correcta. La Figura 15 muestra que la expresión se puede factorizar como $2x^2 + x - 3 = (x - 1)(2x + 3)$.

Figura 13. Colocación de mosaicos de la expresión $2x^2 + x - 3$ para factorizar

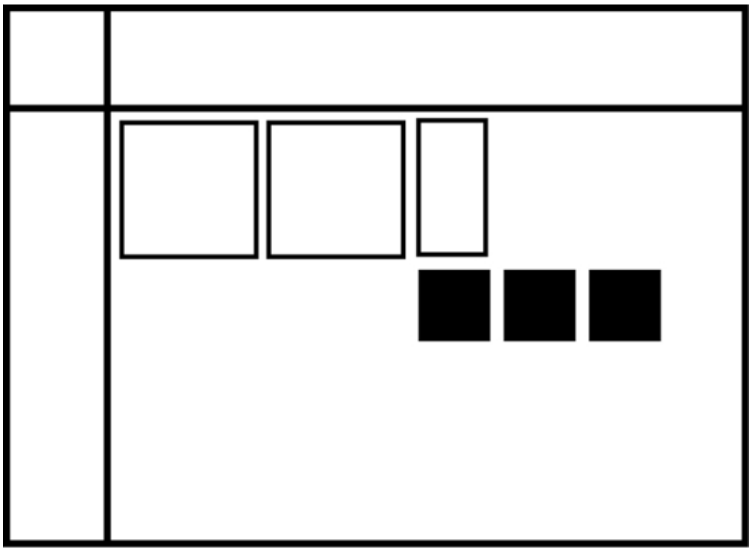


Figura 14. Rectángulo formado para la expresión $2x^2 + x - 3$ agregando un par de x y a un par de $-x$

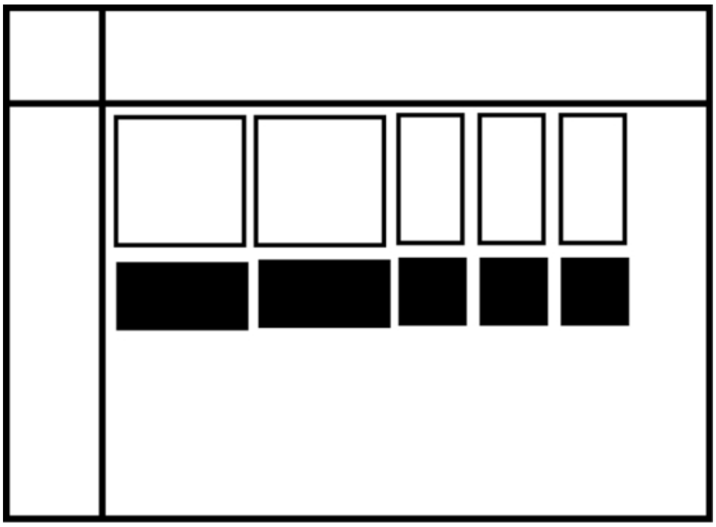
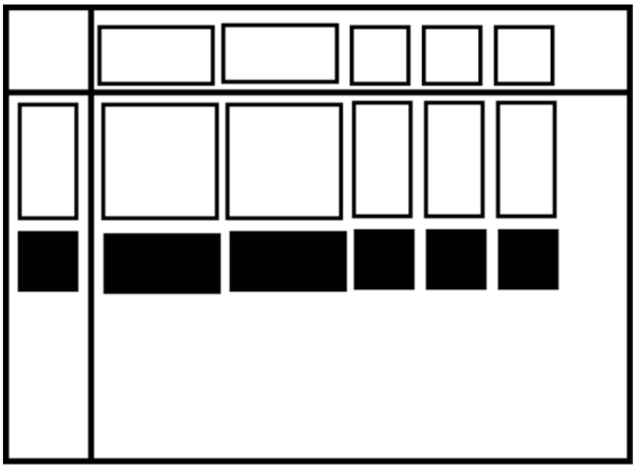


Figura 15. Factorización de la expresión $2x^2 + x - 3 = (x - 1)(2x + 3)$



Efectuar la división utilizando la estrategia de los mosaicos se puede abordar considerando que el dividendo (numerador) es el área de un cuadrado o rectángulo cuyos tamaños de sus lados son el divisor (denominador) y el cociente (resultado). Así, realizar una división es determinar uno de los lados del área. Para llevar a cabo la división, es necesario antes, si es el caso, completar el área para un cuadrado o rectángulo agregando los mosaicos adecuados. Como ejemplo, la Figura 16 muestra la disposición de los mosaicos para la división $(x^2 + 2x - 3) / (x + 3)$. Como se puede observar, primero se tiene que completar el área del rectángulo. En este caso, agregamos un mosaico x y otro $-x$. La Figura 17 muestra el área completa del rectángulo. Luego, el factor a determinar queda restringido por el factor $(x + 3)$. La Figura 18 muestra que el resultado de la división se puede escribir como $(x^2 + 2x - 3) / (x + 3) = x - 1$.

Figura 16. Disposición de los mosaicos para $(x^2 + 2x - 3) / (x + 3)$

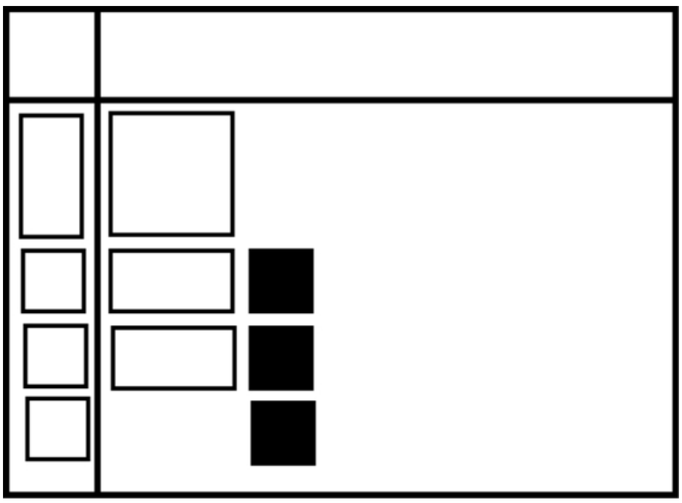


Figura 17. Completando el área del rectángulo de la división (x^2 + 2x – 3) / (x + 3) agregando x y -x

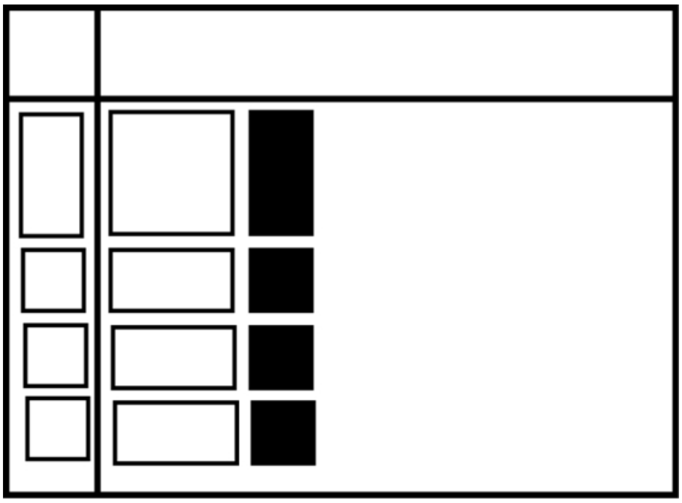
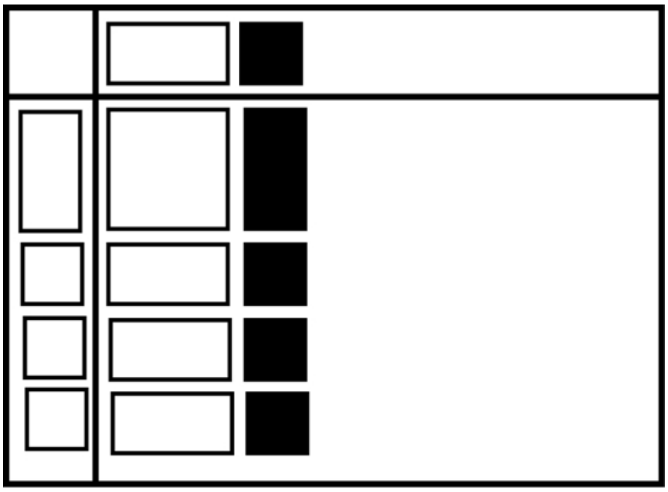


Figura 18. Resultado de la división (x^2 + 2x – 3) / (x + 3) = x - 1



Aunque el grupo de estudiantes mostró inicialmente una heterogeneidad en cuanto al reconocimiento de la simbología matemática, el acercamiento al lenguaje algebraico disminuyó estas diferencias. Es decir, la pronta apropiación de la simbología permitió reconocer las expresiones algebraicas sin dificultad. En general, las que abordaron los estudiantes se asimilaron eficazmente. Sin embargo, dar solución a ecuaciones resultó notablemente fructífero. Con el apoyo de los mosaicos, manipulados sobre la base, pudieron estructurar los diferentes pasos que se requieren para determinar el valor de la incógnita. El tiempo de duración de las clases fue el mismo que se da para grupos de estudiantes sin discapacidad visual, además de la misma frecuencia de sesiones, por lo que no hubo diferencias considerables en cuanto a la planificación de temas por clase.

Las dificultades que se pudieron observar son el contraste entre la fluidez para resolver los ejercicios con los mosaicos y el poder plasmar con la escritura el procedimiento llevado a cabo. No necesariamente esta dificultad es atribuible a problemas con el manejo de la simbología, puesto que leer los ejercicios e inclusive los ejemplos lo realizaron sin ninguna dificultad. Esta situación puede estar relacionada ya no con la discapacidad, sino con esta dificultad *per se* en el aprendizaje de las Matemáticas, que, en el caso del álgebra, tiene que ver con pasar de un lenguaje coloquial a un lenguaje abstracto.

Conclusiones

La experiencia recuperada con el grupo piloto muestra, en primera instancia, que, con ayuda de los mosaicos, los estudiantes incorporaron con fluidez los contenidos de álgebra que se imparten principalmente en el Nivel Medio Superior. Aunque la estrategia propuesta nos restringe a trabajar solo con coeficientes de números enteros y expresiones matemáticas hasta de segundo grado, lo importante fue la posibilidad de apropiarse tanto del lenguaje algebraico como de los conceptos. Cabe mencionar que los estudiantes del grupo piloto ya habían cursado asignaturas en las que abordaron estos conceptos, pero sin una estrategia que los incluyera para su aprendizaje. En este sentido, el material diseñado tiene que estar al alcance de los docentes que, finalmente, están frente al grupo, porque la mayoría de ellos no tiene las estrategias adecuadas para detonar procesos de aprendizaje a estudiantes ciegos y débiles visuales. El derecho a la educación de las personas con discapacidad no solo es incluirlos en instituciones educativas, que están conformadas en su mayoría por estudiantes sin discapacidad visual, sino proporcionarles los medios necesarios para que lleven a buen término sus estudios. Esto conlleva una tarea de sensibilización con los profesores y de apertura a sus estrategias de enseñanza.

Referencias bibliográficas

Ardila, A. (2002). El lenguaje matemático y el usual, como mediador de la comunicación. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 15*, 1169-1176.

Camacaro, M. (2013). Estrategias para el abordaje educativo del sentido táctil en la Educación Física Infantil [formato PDF]. *Revista de Investigación, 37*(78), 93-108.

Castro, A. I. (1998). *Descripción gráfica y signografía braille del Código Matemático Unificado* [formato DOC]. Xalapa, México: Benemérita Escuela Normal Veracruzana «Enrique C. Rébsamen».

Comisión Braille Española (2007). *Guías de la Comisión Braille Española: signografía matemática* [formato PDF]. Madrid: Organización Nacional de Ciegos Españoles.

Fernández del Campo, J. E. (1996). *La enseñanza de la Matemática a los ciegos* [formato DOC]. Madrid, España: Organización Nacional de Ciegos Españoles.

Filloy, E., Puig, L., y Rojano, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas [formato PDF]. *Enseñanza de las ciencias, 26*(3), 327-342.

Howden, H. (2001). *Algebra tiles for the overhead projector*. Nueva York: Learning Resources.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía (Inegi) (2010). *Censo de población y vivienda 2010* [página web]. Recurso web.

Maz, A., Torralbo, M., Vallejo, M., Fernández-Cano, A. y Rico, L. (2009). La educación matemática en la revista Enseñanza de las Ciencias: 1983-2006 [formato PDF]. *Enseñanza de las Ciencias, 27*(2), 185-194.

Ochaíta, E., Huertas, J. A., y Espinosa, A. (1991). Representación espacial en los niños ciegos: una investigación sobre las principales variables que la determinan y los procedimientos de objetivación más adecuados [formato PDF]. *Infancia y Aprendizaje, 54*, 53-79.

Organización de las Naciones Unidas (onu) (2006). *Convención sobre los derechos de las personas con discapacidad* [formato PDF]. Nueva York: Organización de las Naciones Unidas.